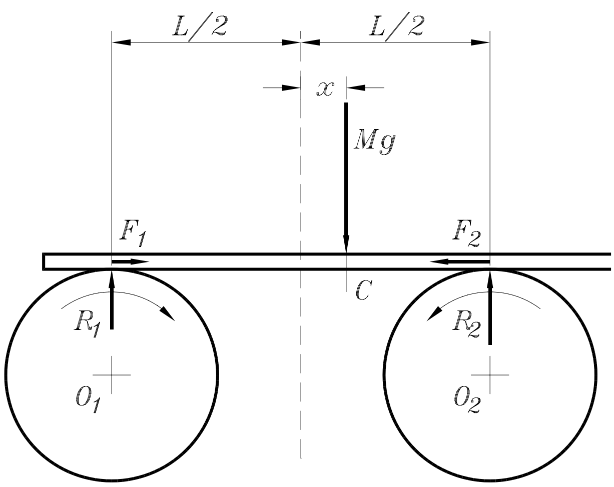
XXXIX OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody III stopnia

Rozwiązania zadań dla grupy mechaniczno-budowlanej

Rozwiązanie zadania 1



Równanie ruchu dla ruchu harmonicznego ma następującą postać:

$$a = -\omega^2 x , \tag{1}$$

w której: a – przyspieszenie, $\omega = \dfrac{2 \cdot \pi}{T}$ – prędkość kątowa, x – odchylenie od stanu równowagi.

Równanie opisujące ruch deski należy doprowadzić do postaci (1), a następnie wyznaczyć ω i stąd T.

Patronem honorowym OWT jest Minister Gospodarki.
Partnerami medialnymi OWT są:
- Przegląd Techniczny,
- Przegląd Mechaniczny.
Sponsorami XXXIX OWT są:
- Instytut Mechnizacji Budownictwa i Górnictwa Skalnego,
- Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Przemysłu Materiałów Budowlanych,
- Wydawnictwo Kartograficzne Beata Piętka.

Z równania momentów wyznaczamy reakcję R_1:

$$R_1 \, L - M \, g \, \left(\frac{L}{2} - x\right) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad R_1 = M \, g \, \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L}\right) ,$$

a ponieważ $R_2 = M \, g - R_1$, więc:

$$R_2 = M \, g \, \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L}\right) .$$

Odpowiednio siły tarcia (uwzględniając kierunek w prawo jako dodatni) wynoszą:

$$F_1 = M \, g \, f \, \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L}\right) ; \qquad F_2 = -M \, g \, f \, \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L}\right) .$$

Siła wymuszająca ruch deski, czyli wypadkowa sił tarcia wynosi:

$$W = F_1 + F_2 ,$$

$$W = M \, g \, f \, \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L}\right) - M \, g \, f \, \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L}\right) ,$$

$$W = -\frac{2 \, M \, g \, f}{L} \, x .$$

Ostatecznie, wykorzystując prawo Newtona:

$$a = -\frac{2 \, g \, f}{L} \, x , \tag{2}$$

i porównując równanie (2) z równaniem (1) otrzymujemy:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \, g \, f}{L}} ,$$

$$T = 2 \, \pi \, \sqrt{\frac{L}{2 \, g \, f}} ,$$

$$a_{\max} = \omega^2 \, A ; \qquad v_{\max} = \omega \, A .$$

Wartości liczbowe:

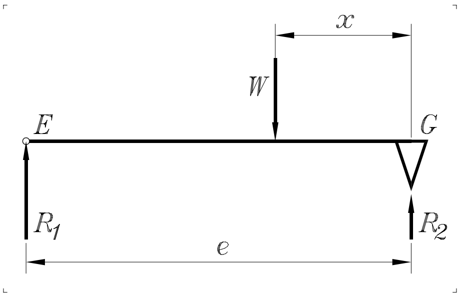
$$\omega = \sqrt{\frac{2 \, g \, f}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,1}{2}} = 0,99 \text{ rad/s} ; \qquad T = \frac{2 \, \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{0,99} = 6,35 \text{ s} ,$$

$$a_{\max} = \omega^2 \, A = 0,99^2 \cdot 0,5 = 0,49 \text{ m/s}^2 ; \qquad v_{\max} = \omega \, A = 0,99 \cdot 0,5 = 0,495 \text{ m/s} .$$

Rozwiązanie zadania 2

Poniższe rysunki przedstawiają siły i ich reakcje w poszczególnych belkach.

Belka EG



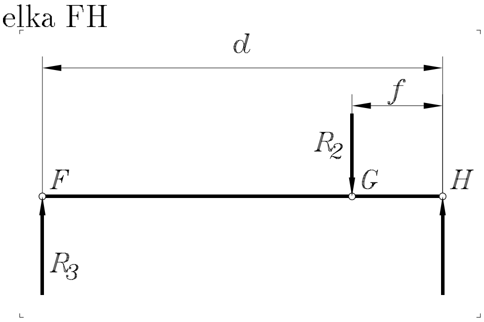
Z równania momentów względem punktu G

$$R_1 = W\,\frac{x}{e}\,,$$

a ponieważ $W = R_1 + R_2$, więc:

$$R_2 = W\left(1 - \frac{x}{e}\right)\,.$$

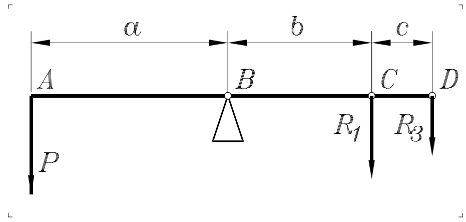
Belka FH



Z równania momentów względem punktu H

$$R_3 = R_2\,\frac{f}{d} = W\,\frac{f}{d}\left(1 - \frac{x}{e}\right)$$

Belka AD



Z równania momentów względem punktu B

$$P\,a = R_1\,b + R_3\,(b+c)\,,$$

$$P\,a = W\,\frac{x}{e}\,b + W\,\frac{f}{d}\left(1 - \frac{x}{e}\right)(b+c)\,.$$

Po przekształceniach:

$$P\,a = W\,b\left(\frac{x}{e} + \frac{f}{d}\,\frac{b+c}{b} - \frac{f}{d}\,\frac{b+c}{b}\,\frac{x}{e}\right)\,,$$

$$P\,a = W\,b\left[\frac{x}{e}\left(1 - \frac{f}{d}\,\frac{b+c}{b}\right) + \frac{f}{d}\,\frac{b+c}{b}\right]\,.$$

W powyższym równaniu, aby zachować niezależność wyniku ważenia od położenia ciała na platformie należy wyeliminować zmienną x, a więc:

$$1 - \frac{f}{d}\,\frac{b+c}{b} = 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{f}{d}\,\frac{b+c}{b} = 1 \quad\Rightarrow\quad \frac{b+c}{b} = \frac{d}{f} \quad\Rightarrow\quad c = b\left(\frac{d}{f} - 1\right)\,,$$

oraz:

$$P\,a = W\,b\,.$$

Ponieważ dla wagi dziesiętnej zachodzi: $P = 0,1\,W$, więc:

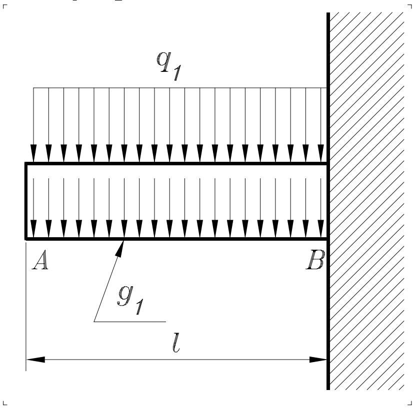
$$\frac{b}{a} = \frac{P}{W} = 0,1 \quad \Rightarrow \quad b = 0,1\,a = 0,1 \cdot 1 = 0,1\,\mathrm{m},$$

$$c = b\left(\frac{d}{f} - 1\right) = 0,1 \cdot \left(\frac{1}{0,2} - 1\right) = 0,4\,\mathrm{m}.$$

Poszukiwane długości wynoszą: $b = 0,1$ m oraz $c = 0,4$ m

Rozwiązanie zadania 3

Sytuacja przed wzmocnieniem



Rys.1

Ponieważ ceowe belki są ustawione względem siebie w styk i nie są między sobą stężone, to trzeba je traktować oddzielnie jako belki wspornikowe obciążone ciężarem własnym g_1 oraz ciężarem składowanych materiałów q (Rys.1).
Na jedną belkę przypadać będzie

$$q_1 = q\,b = 4 \cdot 0,30 = 1,2\,\mathrm{kN/m}.$$

Maksymalny moment zginający w belce wspornikowej jest równy:

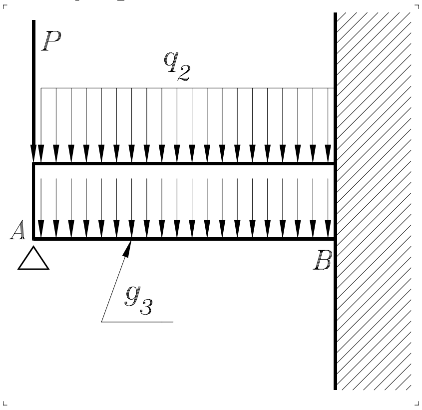
$$M = \frac{1}{2}\left(g_1 + q_1\right)\,l^2 = \frac{1}{2} \cdot (0,462 + 1,2) \cdot 4,5^2 = 16,828\,\mathrm{kNm}.$$

Maksymalne naprężenie zginające jest równe:

$$\sigma = \frac{M}{W_y} = \frac{16,828}{67,8} \cdot 10^6 = 248200,6\,\mathrm{kN/m^2} = 248,2\,\mathrm{MPa}\ >\ k = 200\,\mathrm{MPa}.$$

Zatem warunek bezpieczeństwa, polegający na nie przekroczeniu naprężeń dozwolonych k nie jest spełniony i trzeba konstrukcję wzmocnić w sposób opisany w treści zadania.

Sytuacja po wzmocnieniu



Rys.2

Trzeba wyodrębnić wzdłuż płyty z ceowników pas o szerokości x odpowiadający szukanemu rozstawowi rur. Po podparciu końca wspornika nastąpi zmiana schematu statycznego tak wyodrębnionej belki ze schematu wspornikowego na schemat belki o jednym końcu utwierdzonym, a drugim – podpartym przegubowo-przesuwnie (Rys.2).

Obciążenie ciężarem własnym konstrukcji ceowników o szerokości x będzie teraz równe:

$$g_3 = g_1 \frac{x}{b} = \frac{0,462}{0,3}\, x = 1,54\, x \text{ kN/m}.$$

Ciężar odcinka dwuteownika o długości x:

$$P = g_2\, x = 1,17\, x \text{ kN}.$$

Obciążenie ciężarem składowanych materiałów jest teraz równe:

$$q_2 = q\, x = 4\, x \text{ kN/m}.$$

Na rury w punkcie A będzie działać reakcja (wzór jest w każdym poradniku):

$$R_A = \frac{3}{8}\left(g_3 + q_2\right)\, l + P = \frac{3}{8} \cdot x \cdot (1,54 + 4,00) \cdot 4,5 + 1,17 \cdot x = 10,52\, x\,.$$

Aby nie nastąpiło wyboczenie rury reakcja R_A nie powinna przekroczyć wartości siły krytycznej P_{kr}. Wzór na siłę krytyczną można znaleźć w każdym poradniku. Ze względu na warunki brzegowe długość wyboczeniowa rury $l_w = 0,7\, h$.

$$P_{kr} = \frac{\pi^2\, E\, J_{min}}{l_w^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 27,9}{(0,7 \cdot 5)^2 \cdot 10^8} = 47204,91 \text{ N} = 47,2 \text{ kN}.$$

W skrajnym przypadku mamy zatem:

$$R_A = P_{kr}\,,$$

czyli $10,52\, x = 47,2 \quad \Rightarrow \quad x = 4,49$ m.

Oczywiście w rzeczywistości powinno być $x < 4,49$ m, np. $x = 4$ m. Wtedy wyboczenie rury na pewno nie nastąpi.

Przykładowe rozwiązanie problemu technicznego

Roczne zapotrzebowanie na paliwo wyznacza się na podstawie znajomości średniej mocy EC (P), czasu pracy w ciągu roku (t), wartości opałowej paliwa (W_i) oraz sprawności EC dla danego paliwa (η_i):

$$m_{pal} = \frac{P\,t}{W_i\,\eta_i}\,.$$

Dla węgla:

$$m_w = \frac{P\,t}{W_w\,\eta_w} = \frac{50 \cdot 8000 \cdot 3600}{22 \cdot 0,7} \left[\frac{\mathrm{MW\,h\,s/h}}{\mathrm{MJ/kg}}\right] = 93,5 \cdot 10^6\ \mathrm{kg} = 93500\ \mathrm{ton}.$$

Dla biomasy:

$$m_{bm} = \frac{P\,t}{W_{bm}\,\eta_{bm}} = \frac{50 \cdot 8000 \cdot 3600}{15 \cdot 0,65} = 147,7 \cdot 10^6\ \mathrm{kg} = 147700\ \mathrm{ton}.$$

Transport i składowanie:
Węgiel – transport koleją wagonami 60 tonowymi (p_w). Liczba wagonów:

$$N_w = \frac{m_w}{p_w} = \frac{93500}{60} \cong 1560\,.$$

Zakładając, że pociąg składa się z 30 wagonów, wymaganą ilość węgla można dowieźć:

$$N_p = \frac{N_w}{30} = 52\ \text{składami}.$$

Co oznacza 1 (czasami 2) pociąg w tygodniu.
Wymagany jest miesięczny zapas węgla, tzn.:

$$m_{w-zap} = \frac{m_w}{11} \cong 8500\ \mathrm{ton}.$$

(EC pracuje 11 miesięcy w roku, 8000 godzin).
Objętość tej masy węgla:

$$V_{w-zap} = \frac{m_{w-zap}}{\rho_w} = \frac{8500}{0,95} \cong 9000\ \mathrm{m}^3\,.$$

Zakładając, że pryzma ma wysokość 5 m, na składowanie takiej ilości węgla potrzebny jest teren (kwadrat) o boku:

$$l = \left(\frac{V_{w-zap}}{5}\right)^{0,5} \cong 45\,\text{m}.$$

Biomasa jako paliwo. Zapotrzebowanie roczne ok. 150 000 ton (wcześniej obliczone)

Biorąc pod uwagę produktywność biomasy (p_{bm}), procent powierzchni, z której można ją zbierać (k_{bm}), wielkość obszaru, z którego należy dowozić biomasę do EC jest równa:

$$A_{bm} = \frac{m_{bm}}{p_{bm}\,k_{bm}} = \frac{150000}{15 \cdot 0,05 \cdot 100} \cong 2000\,\text{km}^2\,.$$

Jest to okrąg o promieniu:

$$r_{bm} = \left(\frac{A_{bm}}{\pi}\right)^{0,5} \cong 25\,\text{km}.$$

Aby określić wymagania dotyczące transportu surowca do EC w/w obszar należy podzielić na 5 sektorów (zgodnie z warunkami zadania). W tabelce przedstawiono wyniki obliczeń dla poszczególnych sektorów (liczby zaokrąglone):

Sektor , i	Promień zewnętrzny, km	Pole powierzchni, km^2	Całkowita ilość biomasy, tony	Liczba przejazdów	Długość trasy pojazdów, km
1	5	79	5 890	370	5 520
2	10	236	17 670	1105	33 135
3	15	393	29 450	1840	82 835
4	20	550	41 230	2580	154 630
5	25	707	53 020	3315	248 500

Zależności:

Pole powierzchni:

$$A_i = \pi\left(r_{iz}^2 - r_{iw}^2\right)\ ; \qquad r_{1w} = 0\,.$$

Całkowita ilość biomasy z danego sektora:

$$m_{i-bm} = A_i \, p_{bm} \cdot 100 \cdot k_{bm} \,.$$

Liczba pojazdów (p_s – jest ładownością samochodu)

$$N_{i-sam} = \frac{m_{i-bm}}{p_s} \,.$$

Droga transportu:

$$L_i = N_{i-sam} \, r_{iz} \cdot 3 \qquad \text{(trzykrotność zewnętrznego promienia)}.$$

Aby dostarczyć wymaganą ilość biomasy do EC transportem samochodowym, należy wykonać ok. **9200** kursów (suma kolumny 5), przy tym samochody pokonają łączny dystans **2·524600** km (tam i z powrotem).

Dostawy odbywają się przez 7 miesięcy. Przyjmując 22 dni robocze w miesiącu, oznacza to, że dziennie należy przyjąć i rozładować średnio

$$\frac{9200}{7 \cdot 22} \cong 60 \qquad \text{samochodów.}$$

Składowanie. Zapas na 4 miesiące:

$$m_{bm-zap} = \frac{m_{bm} \cdot 4}{11} \cong 53700 \text{ ton.}$$

Objętość tej ilości biomasy:

$$V_{bm-zap} = \frac{m_{bm-zap}}{\rho_{bm}} = \frac{53700}{0,44} \cong 122000 \text{ m}^3$$

Zakładając, że pryzma ma wysokość 5 m, na składowanie takiej ilości biomasy potrzebny jest teren (kwadrat) o boku:

$$l = \left(\frac{V_{bm-zap}}{5} \right)^{0,5} \cong 160 \text{ m.}$$

Emisja CO_2. Roczną emisję CO_2 wyznacza się z zależności:

$$m_{i-C} = m_i \, u_{iC} \, k \,,$$

gdzie: m_i – zużycie i-tego paliwa, u_{iC} – udział pierwiastka C w paliwie, k – stosunek masy molowej CO_2 do masy molowej C (44/12 = 3,67).

Emisja CO_2 w przypadku opalania węglem: 274 tys. ton.

Emisja CO_2 w przypadku spalania biomasy: 216 tys. ton.

Mimo dwukrotnie mniejszej zawartości C w paliwie przy spalaniu biomasy emisja CO_2 stanowi ok. 80% emisji przy spalaniu węgla (co wynika z różnic wartości opałowej).

Należy dodać, że przy ocenie ekologicznych skutków spalania biomasy pomija się rzeczywistą emisję CO_2, przyjmując, że gaz ten krąży w obiegu zamkniętym – wyemitowany do atmosfery w procesie spalania jest następnie absorbowany w biosferze (przyrost biomasy roślinnej).