XXXIX OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody II stopnia

Rozwiązania zadań dla grupy mechaniczno-budowlanej

Rozwiązanie zadania 1

Ciśnienie powietrza równoważące ciężar kopuły (ciśnienie manometryczne pod kopułą).

$$p_m = \frac{M\,g}{\pi\left(\frac{D^2}{4}\right)} = \frac{600 \cdot 1000 \cdot 9,81}{3,14 \cdot \left(\frac{77,5^2}{4}\right)} = 1248\ \mathrm{Pa}.$$

Całkowite ciśnienie pod kopułą:

$$p_2 = p_0 + p_m = 10^5 + 1248 = 101248\ \mathrm{Pa}.$$

Jednostkowa praca sprężania (teoretyczna)

$$w = R \cdot T_0 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_0}\right) = 287 \cdot 293 \cdot \ln\left(\frac{101248}{100000}\right) = 1043\ \mathrm{J/kg}.$$

Objętość powietrza pod kopułą po jej uniesieniu:

$$V_2 = V_0 + \pi\,\frac{D^2}{4}\,h = 24000 + 3,14 \cdot \frac{77,5^2}{4} \cdot 42 = 222127\ \mathrm{m}^3.$$

Masa powietrza pod kopułą:

$$m_2 = \frac{p_2\,V_2}{R\,T} = \frac{101248 \cdot 222127}{287 \cdot 293} = 267447\ \mathrm{kg}.$$

Patronem honorowym OWT jest Minister Gospodarki.
Partnerami medialnymi OWT sa:
- Przegląd Techniczny,
- Przegląd Mechaniczny.
Sponsorami XXXIX OWT sa:
- Instytut Mechnizacji Budownictwa i Górnictwa Skalnego,
- Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Przemysłu Materiałów Budowlanych.

Masa powietrza pod kopułą leżącą na dnie zbiornika

$$m_0 = \frac{p_0 V_0}{R\,T} = \frac{100000 \cdot 24000}{287 \cdot 293} = 28541 \text{ kg}.$$

Masa powietrza wtłoczonego pod kopułę

$$m = \frac{m_2 - m_0}{1 - \alpha_V} = \frac{267447 - 28541}{1 - 0,2} = 298633 \text{ kg}.$$

Energia zużyta na wtłoczenie powietrza

$$W_c = \frac{m \cdot w}{\eta_d} = \frac{1043 \cdot 298633}{0,7} = 445 \text{ MJ}.$$

Moc pojedynczej dmuchawy

$$P_d = \frac{W_c}{t \cdot n_d} = \frac{445 \cdot 10^6}{3 \cdot 3600 \cdot 6} = 6,87 \text{ kW}.$$

Rozwiązanie zadania 2

Punktem obrotu dla w pełni obciążonego dźwigu jest punkt B. W krytycznym momencie reakcja $R_A = 0$, stąd równanie momentów względem B:

$$M_q \cdot g \cdot \left(x_q + \frac{a}{2}\right) - M \cdot g \cdot \left(b - \frac{a}{2}\right) - W \cdot \left(L - \frac{a}{2}\right) = 0. \tag{1}$$

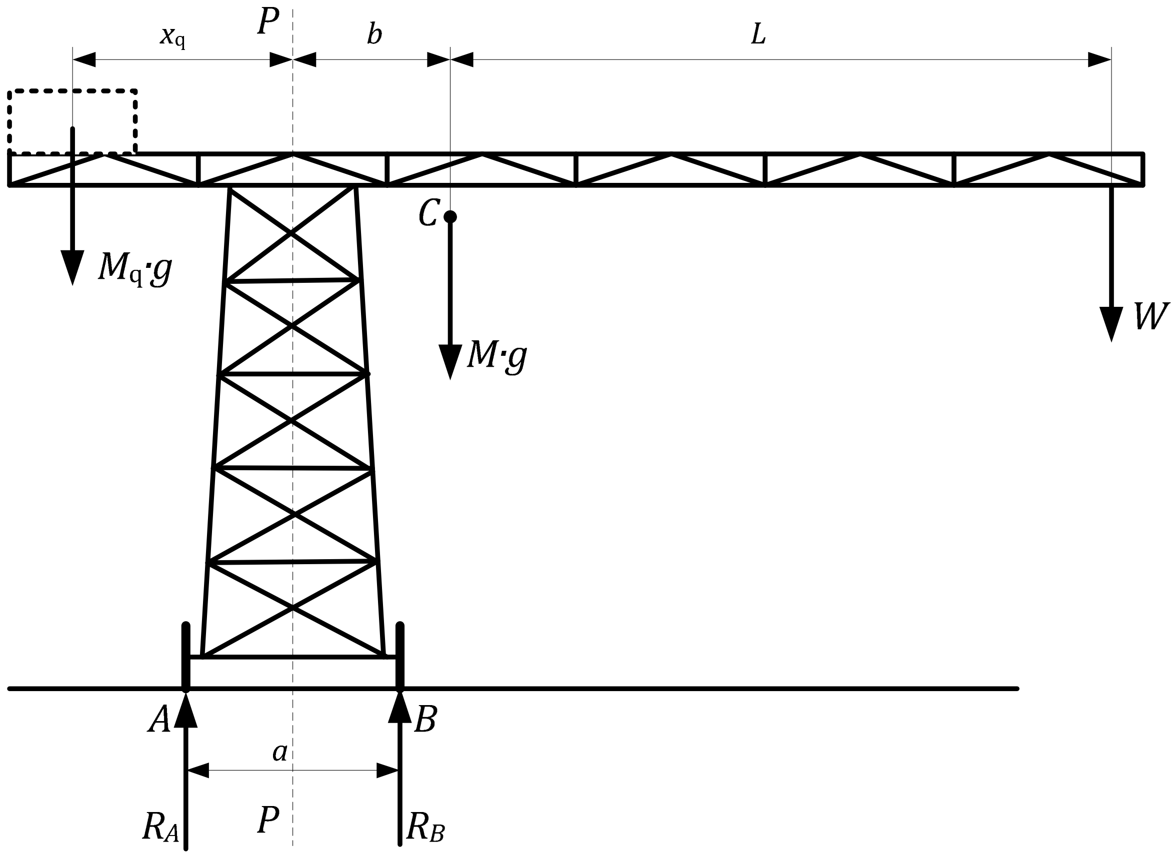
Przy braku obciążenia punktem obrotu jest punkt A, a w krytycznym momencie reakcja $R_B = 0$. Równanie momentów:

$$M_q \cdot g \cdot \left(x_q - \frac{a}{2}\right) - M \cdot g \cdot \left(b + \frac{a}{2}\right) = 0\,, \tag{2}$$

po przekształceniach:

$$M_q \cdot x_q + M_q \cdot \frac{a}{2} = M \cdot \left(b - \frac{a}{2}\right) + \frac{W}{g} \cdot \left(L - \frac{a}{2}\right)\,, \tag{3}$$

$$M_q \cdot x_q - M_q \cdot \frac{a}{2} = M \cdot \left(b + \frac{a}{2}\right)\,. \tag{4}$$



Rys.2.

Odejmując równania stronami, dzieląc przez a:

$$M_q = -M + \frac{W}{g \cdot a} \cdot \left(L - \frac{a}{2}\right) \ . \tag{5}$$

Z (4), po przekształceniach:

$$x_q = \frac{a}{2} + \frac{M}{M_q} \cdot \left(b + \frac{a}{2}\right) \tag{6}$$

Z (5):

$$M_q = -40000 + \frac{200000}{9,81 \cdot 3} \cdot \left(10 - \frac{3}{2}\right) = 17764,2 \text{ kg}.$$

Z (6)

$$x_q = \frac{3}{2} + \frac{40000}{17764,2} \cdot \left(1,5 + \frac{3}{2}\right) = 8,26 \text{ m}.$$

Odpowiedź: masa przeciwwagi wynosi $17764,2$ kg i umocowana być musi w odległości 8,26 m od linii pionu $P-P$

Rozwiązanie zadania 3

1. Sytuacja I bez balastu (rys. 1)

Patrząc na rys.3, należy zauważy, że działające na konstrukcję billboardu parcie wiatru dąży do jego obrotu względem osi $O-O$ oraz do jego przesunięcia. W przypadku braku balastu dociążającego (betonowych bloczków jak na rys.2), jedyną siłą przeciwdziałającą obu wymienionym formom utraty stateczności jest ciężar własny konstrukcji billboardu.

Aby spełnione były warunki zachowania stateczności podane w treści zadnia, mamy zatem w tej sytuacji następujące zależności, wynikające z warunków równowagi i współczynników bezpieczeństwa:

Obrót:

Wartości momentów obracającego M_o i utrzymującego M_u:

$$M_o = w\,c\,b\,(d+0,5\,c) = 2,5\cdot 2,0\cdot 6,0\cdot(4,0+0,5\cdot 2,0) = 150\,\mathrm{kNm}, \quad (1)$$

$$M_u = X\,(0,5\,a+e) = X\cdot(0,5\cdot 2,0+0,5) = 1,5\,X\ \mathrm{kNm}. \quad (2)$$

Warunek zachowania stateczności na obrót:

$$M_u \geq n_1\,M_o\,, \quad (3)$$

$$1,5\cdot X = 1,5\cdot 150\,, \quad (4)$$

$$X = 150\,\mathrm{kN}. \quad (5)$$

Przesuw:

Wartości sił przesuwających S_p i utrzymujących S_u:

$$S_p = w\,c\,b = 2,5\cdot 2,0\cdot 6,0 = 30\,\mathrm{kN}, \quad (6)$$

$$S_u = f\,X = 0,4\cdot X\,. \quad (7)$$

Warunek zachowania stateczności na przesuw:

$$S_u \geq n_2\,S_p\,, \quad (8)$$

$$0,4 \cdot X = 1,3 \cdot 30\,, \tag{9}$$

$$X = 97,5\,\mathrm{kN}. \tag{10}$$

Oczywiście w sytuacji I decyduje warunek stateczności na obrót, czyli ciężar billboardu powinien być równy co najmniej 150 kN (7).

Inaczej, przy braku balastu o zachowaniu stateczności billboardu decydować będzie warunek (3), z którego wynika, że ciężar konstrukcji billboardu powinien być równy co najmniej 150 kN. Jest to trzykrotnie więcej niż dopuszczalny ciężar podany w warunkach zadania, tj. 50 kN.

2. Sytuacja II z balastem (rys.2)

W tej sytuacji, oprócz ciężaru samego billboardu, dodatkowymi siłami przeciwstawiającymi się obrotowi konstrukcji billboardu względem osi $O-O$ są siły Y, stanowiące ciężar balastu. Mamy zatem teraz następujące zależności.

Obrót:

Wartości momentów obracającego M_o i utrzymującego M_u:

$$\begin{aligned} M_o &= w\,c\,b\,(d + 0,5\,c) = 2,5 \cdot 2,0 \cdot 6,0 \cdot (4,0 + 0,5 \cdot 2,0) = \\ &= 150\,\mathrm{kNm}\ \text{(jak w sytuacji I)}, \qquad (11) \\ M_u &= X\,(0,5\,a + e) + 2\,Y\,(a + e) + 2\,Y\,e = \\ &= 50 \cdot (0,5 \cdot 2,0 + 0,5) + 2 \cdot Y \cdot (2,0 + 0,5) + 2 \cdot Y \cdot 0,5 = 75 + 6,0 \cdot Y \qquad (12) \end{aligned}$$

Warunek zachowania stateczności na obrót (jak w sytuacji I):

$$M_u \geq n_1\,M_o\,, \tag{13}$$

$$150 = 1,5\,(75 + 6,0 \cdot Y)\,, \tag{14}$$

$$150 = 112,5 + 9,0 \cdot Y\,, \tag{15}$$

$$Y = 4,17\,\mathrm{kN}. \tag{16}$$

Przesuw:

Wartości sił przesuwających S_p i utrzymujących S_u:

$$S_p = w\,c\,b = 2,5 \cdot 2,0 \cdot 6,0 = 30\,\mathrm{kN}\ \text{(jak w sytuacji I)}, \tag{17}$$

$$S_u = f\,(X + 4\,Y)\,. \tag{18}$$

Warunek zachowania stateczności na przesuw:

$$S_u \geq n_2 S_p , \tag{19}$$

$$0,4 \cdot (50 + 4 \cdot Y) = 1,3 \cdot 30 , \tag{20}$$

$$Y = 11,875 \,\mathrm{kN}. \tag{21}$$

O ciężarze potrzebnego balastu decyduje tym razem zachowanie warunku stateczności na przesuw.

Rozwiązanie zadania z optymalizacji

Zależność:

$$B = 0,003 \cdot v^2 - 0,44 \cdot v + 23 \qquad [\text{litrów}/100 \text{ km}],$$

przekształcamy poprzez pomnożenie prawej strony przez czynnik $\frac{S}{100} \cdot c$ otrzymując wyrażenie opisujące koszt paliwa na drodze S w funkcji prędkości:

$$K_p = \frac{S}{100} \cdot c \cdot \left(0,003 \cdot v^2 - 0,44 \cdot v + 23\right) ,$$

co przy zadanej odległości $S = 400$ km daje:

$$K_p = 0,072 \cdot v^2 - 10,56 \cdot v + 552 \qquad [\text{zł}].$$

Koszt pracy kierowcy uzależniamy do prędkości samochodu na drodze S:

$$K_k = st \cdot \tau = st \cdot \frac{S}{v} \qquad [\text{zł}].$$

$$K_k = \frac{4000}{v} \qquad [\text{zł}].$$

Stąd całkowity koszt przejazdu wynosi:

$$K_c = 0,072 \cdot v^2 - 10,56 \cdot v + 552 + \frac{4000}{v} \qquad [\text{zł}].$$

Znalezienie minimum powyższej funkcji możliwe jest tylko na drodze numerycznej. Pomocnym tu jest obliczenie prędkości odpowiadającej minimalnemu kosztowi paliwa. Ponieważ K_p opisane jest trójmianem kwadratowym, a dla funkcji $y = ax^2 + bx + c$ wartość $x_{wierzchoka} = -b/2a$, to:

$$v_{wierzchoka} = \frac{10,56}{(2 \cdot 0,072)} = 73,3 \qquad [\text{km/h}].$$

Ponieważ K_k maleje ze wzrostem prędkości minimum funkcji K_c znajduje się na prawo od obliczonej wielkości.

Obliczamy wartości K_c dla paru wartości prędkości

$v =$	75	77,5	80	km/h
$K_c =$	218,3	217,7	218,0	zł

Przy zadanej dokładności poszukiwana prędkość wynosi $77,5\,\mathrm{km/h}$.

Rozwiązanie zadania z zastosowania informatyki

Przykład programu w języku Fortran:

```
      Program informatyka
      Real,Dimension(100):: x,y
      Real a,m,Mian,Sx,Sxx,Sxy,Sy
      Integer N,k,i,b

      Write(*,*)'Wprowadzic "1" jezeli dane wczytywane sa z pliku'
      Read(*,*) b
      If (b.eq.1) then
         Open (1,file='c:\dane.dat')
         Read(1,*) N
         Do k=1,N
            Read(1,*) x(k),y(k)
         End do
         Close(1)
      Else
         Read(*,*) N
         Do k=1,N
            Read(*,*) x(k),y(k)
         End do
      End if
      Do k=1,N
         Sx=Sx+x(k)
         Sy=Sy+y(k)
         Sxy=Sxy+x(k)*y(k)
         Sxx=Sxx+x(k)*x(k)
      End do
      Mian=N*Sxx-Sx*Sx
      m=(N*Sxy-Sx*Sy)/Mian
      a=(Sxx*Sy-Sx*Sxy)/Mian
      Open (1,file='c:\wyniki.dat')
      Write(1,100) m,a
100   Format('m=',F7.3,'   a=',F7.3)
      End
```