

XXXV OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ



Zawody II stopnia

Rozwiązania zadań dla grupy mechaniczno-budowlanej

Rozwiązanie zadania 1

$$V = 71/\text{h} = 1,94 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s},$$

$$W_u = 42000 \text{ kJ/kg},$$

$$\rho = 880 \text{ kg/m}^3,$$

$$m = 2 \text{ kg},$$

$$\Delta x = 0,06 \text{ m},$$

$$n = 1000 \text{ obr/min} = 16,67 \text{ obr/s},$$

$$k = 5,5 \text{ kN/m} = 5500 \text{ N/m},$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2.$$

Energia dostarczana w paliwie do silnika, w jednostce czasu

$$\dot{Q} = V \rho W_u = 1,94 \cdot 10^{-6} \cdot 880 \cdot 42000 = 71,9 \text{ kW}.$$

Prędkość kątowna wału silnika

$$\omega = 2 \pi n = 2 \cdot \pi \cdot 16,67 = 104,72 \text{ rad/s}.$$

Siła działająca stycznie do obwodu tarczy

$$F = 2 k \Delta x - m g = 2 \cdot 5500 \cdot 0,6 - 2 \cdot 9,81 = 640,38 \text{ N}.$$

Patronem medialnym Olimpiady Wiedzy Technicznej jest „Przegląd Techniczny”

Moment siły

$$M = 0,5 d F = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 640,38 = 192,11 \text{ Nm.}$$

Moc użyteczna silnika

$$N_u = M \omega = 192,11 \cdot 104,72 = 20118,12 \text{ W} = 20,12 \text{ kW.}$$

Sprawność użyteczna

$$\eta = \frac{N_u}{\dot{Q}} = \frac{20,12}{71,9} \cdot 100 = 28\% .$$

Badany silnik przy zadanych obrotach n ma sprawność 28%.

Rozwiązanie zadania 2

Wyznaczenie wysokości muru h_x

Na podstawie rys.1, stosując pokazane na nim oznaczenia oraz rozpatrując metr długości muru i ławy fundamentowej można obliczyć h_x .

$$\frac{q \cdot g \cdot 1}{g \cdot 1} + \frac{h_x \cdot g \cdot \gamma_m \cdot 1}{g \cdot 1} = k_m ,$$

skąd:

$$h_x = \frac{k_m - q}{\gamma_m} = \frac{0,3 \cdot 10^3 - 200}{16} = 6,25 \text{ m.}$$

Wyznaczenie mimośrodów e

Obciążenie q oraz ciężar muru będą działać na grunt z mimośrodem e , natomiast ciężar ławy będzie działać na grunt osiowo. Należy więc zastosować znany wzór na ściskanie mimośrodowe, który jest podany w każdym poradniku mechanika. Rozpatrując, podobnie jak poprzednio, metr długości ściany i ławy fundamentowej można zatem napisać:

Warunek nie przekroczenia nacisków na grunt

$$\frac{q \cdot g \cdot 1 + h_x \cdot g \cdot 1 \cdot \gamma_m + h_1 \cdot b_1 \cdot 1 \cdot \gamma_b}{b_1 \cdot 1} + \frac{\left(q \cdot g \cdot 1 + h_x \cdot g \cdot 1 \cdot \gamma_m \right) \cdot e \cdot 6}{b_1^2 \cdot 1} = k_g ,$$

skąd

$$\frac{200 \cdot 0,4 \cdot 1 + 6,25 \cdot 0,4 \cdot 1 \cdot 16 + 0,5 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 25}{1,2 \cdot 1} + \frac{(200 \cdot 0,4 \cdot 1 + 6,25 \cdot 0,4 \cdot 1 \cdot 16) \cdot e \cdot 6}{1,2^2 \cdot 1} = 150,$$

$$112,5 + 500 \cdot e = 150,$$

$$e = 0,075 \text{ m.}$$

Warunek nie odrywania ławy (czyli nie wystąpienia pod ławą naprężeń rozciągających)
można zapisać w postaci:

$$\frac{q \cdot g \cdot 1 + h_x \cdot g \cdot 1 \cdot \gamma_m + h_1 \cdot b_1 \cdot 1 \cdot \gamma_b}{b_1 \cdot 1} - \frac{(q \cdot g \cdot 1 + h_x \cdot g \cdot 1 \cdot \gamma_m) \cdot e \cdot 6}{b_1^2 \cdot 1} = 0,$$

skąd po wstawieniu do wzoru danych liczbowych i przekształceniu otrzymuje się:

$$112,5 - 500 \cdot e = 0,$$

$$e = 0,225 \text{ m.}$$

Oczywiście decyduje warunek nie przekroczenia nacisków na grunt (czyli $e = 0,075 \text{ m}$), ponieważ przy mniejszym mimośrodku drugi warunek jest też spełniony.

Rozwiązanie zadania 3

1. Przyrost temperatury powietrza w kanale (rura pojedyncza):

Szybkość przepływu powietrza w kanale:

$$v = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{0,045}{\frac{\pi \cdot 0,1^2}{4}} = 5,73 \text{ m/s}.$$

Współczynnik przejmowania ciepła:

$$\alpha = 3,31 \cdot \frac{v^{0,8}}{d^{0,2}} = 3,31 \cdot \frac{5,73^{0,8}}{0,1^{0,2}} = 21,2 \text{ W/} \left(\text{m}^2 \text{ K} \right).$$

Pole powierzchni wymiany ciepła

$$A = \pi d l = \pi \cdot 0,1 \cdot 20 = 6,28 \text{ m}^2,$$

Wydatek masowy powietrza

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = 1,35 \cdot 0,045 = 0,06075 \text{ kg/s} .$$

Temperatura powietrza na wylocie z „wymiennika gruntowego”:

$$T_2 = T_g + (T_1 - T_g) \exp\left(-\frac{\alpha A}{\dot{m} c_p}\right) = 10 + (-10 - 10) \cdot \exp\left(-\frac{21,2 \cdot 6,28}{0,06075 \cdot 1003}\right) = 7,75^\circ \text{C} .$$

2. Przyrost temperatury powietrza w nagrzewnicy elektrycznej:

$$\Delta T = T_p - T_2 = 18 - 7,75 = 10,25^\circ \text{C} .$$

3. Moc nagrzewnicy

$$P = \dot{m} c_p \Delta T = 0,06075 \cdot 1003 \cdot 10,25 = 625 \text{ W} .$$

W kanale składającym się z **dwóch równoległych rur** dwukrotnie zmniejsza się szybkość przepływu, co powoduje zmniejszenie współczynnika przejmowania ciepła do wartości $12,2 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$; przyrost temperatury powietrza w wymienniku gruntowym jest mniejszy, tylko $4,3^\circ \text{C}$. Zatem moc nagrzewnicy elektrycznej wzrośnie i będzie miała wartość 835 W .

Rozwiązanie zadania z optymalizacji

W tabeli 1 zapisano łączne koszty produkcji i transportu przy kooperacji filii F_i i zakładu Z_j

Tabela 1

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
F_1	120	90	140	60
F_2	100	110	70	90
F_3	70	80	120	50
F_4	50	90	70	110

W celu rozwiązania problemu należy, korzystając z tabeli 1, sporządzić roboczą tabelę 2, w której wartości X_{ij} , czyli liczby podzespołów produkowanych w filii F_i dostarczanych do zakładu Z_j , będą dobierane w ten sposób, aby można było wybrać warianty o najniższym

koszcie $K(F_i; Z_j)$,

Tabela 2

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	produkcja
F_1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	60
F_2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	45
F_3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	75
F_4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{44}	50
dostawa	80	50	60	30	

a ponadto, żeby spełnione były nierówności:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 60$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 45$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 75$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} \leq 50$$

i równania:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 80$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 50$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = 60$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = 30$$

Funkcja celu ma postać:

$$\text{Koszt} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 K(F_i, Z_j) \cdot X_{ij}.$$

Wypełniona tabela 2, w pierwszej wersji, może mieć zatem postać jak w tabeli 3
Tabela 3

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	produkcja
F_1					60
F_2			45 ⁽³⁾		45
F_3				30 ⁽²⁾	75
F_4 dostawa	50 ⁽¹⁾ 80				50

W nawiasach podany numer kroku.

By uniknąć wysokich kosztów związanych z uzupełnieniem dostawy do zakładu Z_3 przez filie F_1 lub F_3 wprowadza się w 5 kroku do tabeli 3 korektę (tabela 4).

Tabela 4

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	produkcja
F_1		$50^{(7)}$			60
F_2			$45^{(3)}$		45
F_3	$45^{(6)}$			$30^{(2)}$	75
F_4	$35^{(5)}$		$15^{(4)}$		50
dostawa	80	50	60	30	

Łączna suma minimalnych kosztów produkcji i transportu jest zatem równa:

$$\text{Koszt} = 45 \cdot 70 + 35 \cdot 50 + 50 \cdot 90 + 45 \cdot 70 + 15 \cdot 70 + 30 \cdot 50 = 15100 \text{ zł}.$$

Przedstawiona metoda rozwiązania zadanie nie jest jedyną. Można tu wykorzystać metodę Simplex lub tzw. algorytm transportowy.

Jest to również idealny przykład na zastosowanie narzędzia Solver w Excelu, w takim przypadku otrzymuje się w tym zadaniu trochę inny rozkład dostaw, ale o tym samym koszcie minimalnym.

Rozwiązanie zadania z zastosowania informatyki

Algorytm obliczeń

- Wczytać liczbę wierzchołków.
- Wczytać współrzędne kolejnych wierzchołków wielokąta.
- Podzielić wielokąt na trójkąty o jednym wspólnym wierzchołku (np. może to być pierwszy wierzchołek wielokąta).
- Kolejno dla wszystkich trójkątów obliczyć:
 - długość boków,
 - powierzchnię (np. ze wzoru Herona),
 - współrzędne środków dwu z trzech boków trójkąta,
 - równania dwu środkowych,
 - współrzędne środka ciężkości leżącego na przecięciu się środkowych,

- Obliczyć pole powierzchni wielokąta jako sumę powierzchni trójkątów,
- Obliczyć położenie środka ciężkości kolejno
 - dwóch pierwszych trójkątów,
 - dwóch pierwszych trójkątów i trzeciego,
 - trzech pierwszych trójkątów i czwartego itd.
- Wydrukować wartość powierzchni i współrzędne środka ciężkości wielokąta.

Przykład programu (język C)

```

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
double A[50][5],B[3][5];
FILE *p;
void wczytanie_danych(int);
void dlugosci_bokow(int);
void pole(int);
void srodki_bokow(int);
void srodek_ciezkosci(int);
void wyniki(int);
void main()
{
/* Dane wczytywane są z pliku ‘‘Dane.dat’’. Wczytywana      *
 * jest liczba wierzchołków, a następnie współrzędne x i y *
 * kolejnych wierzchołków - tablica A. Istotą algorytmu     *
 * jest podział wielokąta na trójkąty dla których jednym z *
 * wierzchołków jest zawsze pierwszy wierzchołek wielokąta *
 * (A[0][0], A[0][1]). Współrzędne wierzchołków tych       *
 * trójkątów wprowadzone są do roboczej tablicy B.         *
 * Obliczane jest pole trójkąta i położenie jego środka    *
 * ciężkości. Z tych danych w funkcji ‘‘Wyniki’’ obliczane *
 * jest pole i położenie środka ciężkości całego wielokąta.*
*/

int n,n1,k;
p=fopen("D:\\Dane.dat","r");
fscanf(p,"%d",&n);
n1=n-2;
wczytanie_danych(n);
A[n][0]=A[0][0];

```



```

A[n][1]=A[0][1];
B[0][0]=A[0][0];
B[0][1]=A[0][1];
for(k=1;k<=n1;k++)
{
    B[1][0]=A[k][0];
    B[1][1]=A[k][1];
    B[2][0]=A[k+1][0];
    B[2][1]=A[k+1][1];
    dlugosci_bokow(k);
    pole(k);
    srodki_bokow(k);
    srodek_ciezkosci(k);
}
wyniki(n1);
return;
}

void wczytanie_danych(int n)
{
    int i;
    for(i=0;i < n;i++)
    fscanf(p,"%lf%lf",&A[i][0],&A[i][1]);
    return;
}

void dlugosci_bokow(int k)
{
    int i;
    double x,y;
    for(i=0;i < 2;i++)
    {
        x=B[i+1][0]-B[i][0];
        y=B[i+1][1]-B[i][1];
        B[i][2]=sqrt(x*x+y*y);
    }
    x=B[2][0]-B[0][0];
    y=B[2][1]-B[0][1];
    B[2][2]=sqrt(x*x+y*y);
    return;
}

```

```

void pole(int k)
{
    int i;
    double ob=0,pl;
    for(i=0;i < =2;i++)
        ob=ob+B[i][2];
    ob=0.5*ob;
    pl=ob;
    for(i=0;i < 3;i++)
        pl=pl*(ob-B[i][2]);
    pl=sqrt(pl);
    A[k-1][2]=pl;
    return;
}

void srodki_bokow(int k)
{
    int i;
    for(i=0;i < 2;i++)
    {
        B[i][3]=0.5*(B[i+1][0]+B[i][0]);
        B[i][4]=0.5*(B[i+1][1]+B[i][1]);
    }
    B[2][3]=0.5*(B[2][0]+B[0][0]);
    B[2][4]=0.5*(B[2][1]+B[0][1]);
    return;
}

void srodek_ciezkosci(int k)
{
    int i=0;
    double a1,a2,b1,b2,m1,m2,W,Wx,Wy;
    m1=B[0][0]-B[1][3];
    m2=B[1][0]-B[2][3];
    a1=(B[0][1]-B[1][4])/m1;
    a2=(B[1][1]-B[2][4])/m2;
    b1=(B[1][3]*B[0][1]-B[0][0]*B[1][4])/m1;
    b2=(B[2][3]*B[1][1]-B[1][0]*B[2][4])/m2;
    W=a2-a1;
    Wx=b2-b1;
    Wy=a1*b2-a2*b1;
    A[k-1][3]=Wx/W;
    A[k-1][4]=Wy/W;
}

```

```

    return;
}

void wyniki(int n1)
{
    int i;
    double x,y,F;
    F=A[0][2];
    x=A[0][3];
    y=A[0][4];
    for (i=1;i < =n1;i++)
    {
        x=x*F+A[i][3]*A[i][2];
        y=y*F+A[i][4]*A[i][2];
        F=F+A[i][2];
        x=x/F;
        y=y/F;
    }
    printf(" Wspolrzedne srodka ciezkosci\n");
    printf("\n\n x=%lf y=%lf\n\n",x,y);
    printf(" Pole\n");
    printf("\n\n F=%lf\n\n\n",F);
    return;
}

```